

## Thermodynamik 1

Klausur

02. März 2012

Bearbeitungszeit: 120 Minuten

Umfang der Aufgabenstellung: 5 nummerierte Seiten

Alle Unterlagen zu Vorlesung und Übung sowie Lehrbücher und Taschenrechner sind als Hilfsmittel zugelassen.

Geben Sie diese Aufgabenstellung bitte zusammen mit Ihren Lösungsblättern ab. Füllen Sie die Angaben zu Ihrer Person aus und versehen Sie jedes Lösungsblatt mit Ihrem Namen.

Name: \_\_\_\_\_

Vorname: \_\_\_\_\_

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

**Unterschrift:** \_\_\_\_\_

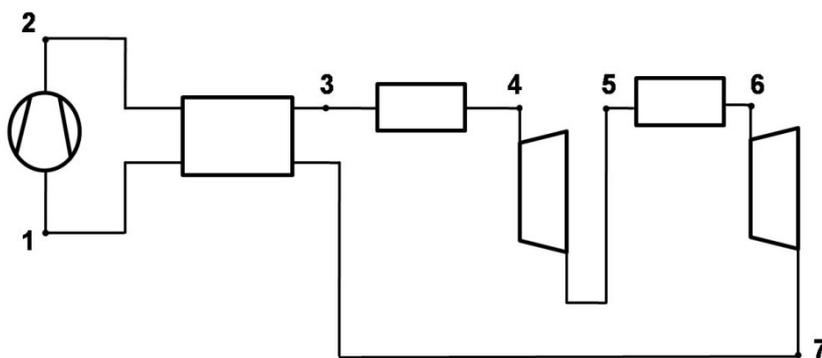
### Angaben zur Korrektur

| Aufgabe       | Maximale Punktzahl | Erreichte Punkte | Korrektor |
|---------------|--------------------|------------------|-----------|
| 1             | 19                 |                  |           |
| 2             | 21                 |                  |           |
| 3             | 10                 |                  |           |
| Zwischensumme |                    |                  |           |
| Bonuspunkte   |                    |                  |           |
| Summe         |                    |                  |           |
| Bewertung     |                    |                  |           |

### Aufgabe 1 (19 Punkte)

In einer geschlossenen Gasturbinenanlage durchläuft das Arbeitsmedium (Luft) folgende Zustandsänderungen:

- 1 → 2: reversibel isotherme Verdichtung von Zustand 1 ( $t_1 = 20 \text{ °C}$ ,  $p_1 = 1,5 \text{ bar}$ ,  $\dot{V}_1 = 4750 \text{ m}^3/\text{h}$ ) auf Zustand 2 mit einem Druckverhältnis von  $\Pi = p_2/p_1 = 12,25$
- 2 → 3: reversibel isobare Wärmezufuhr in einem nach außen adiabaten idealen Wärmeübertrager,  $t_3 = t_7$
- 3 → 4: reversibel isobare Wärmezufuhr bis zur Temperatur  $t_4 = 600 \text{ °C}$
- 4 → 5: reversible adiabate Expansion in der Turbine
- 5 → 6: reversibel isobare Zwischenüberhitzung
- 6 → 7: reversible adiabate Expansion in der Turbine bis zur Temperatur  $t_7 = 430 \text{ °C}$
- 7 → 1: reversibel isobare Wärmeabgabe an das vorzuwärmende Arbeitsmedium in einem nach außen adiabaten idealen Wärmeübertrager



Für die Berechnungen soll Luft als ideales Gas angenommen werden.  
Die Druckverhältnisse beider Turbinen sind gleich groß:  $p_4/p_5 = p_6/p_7$

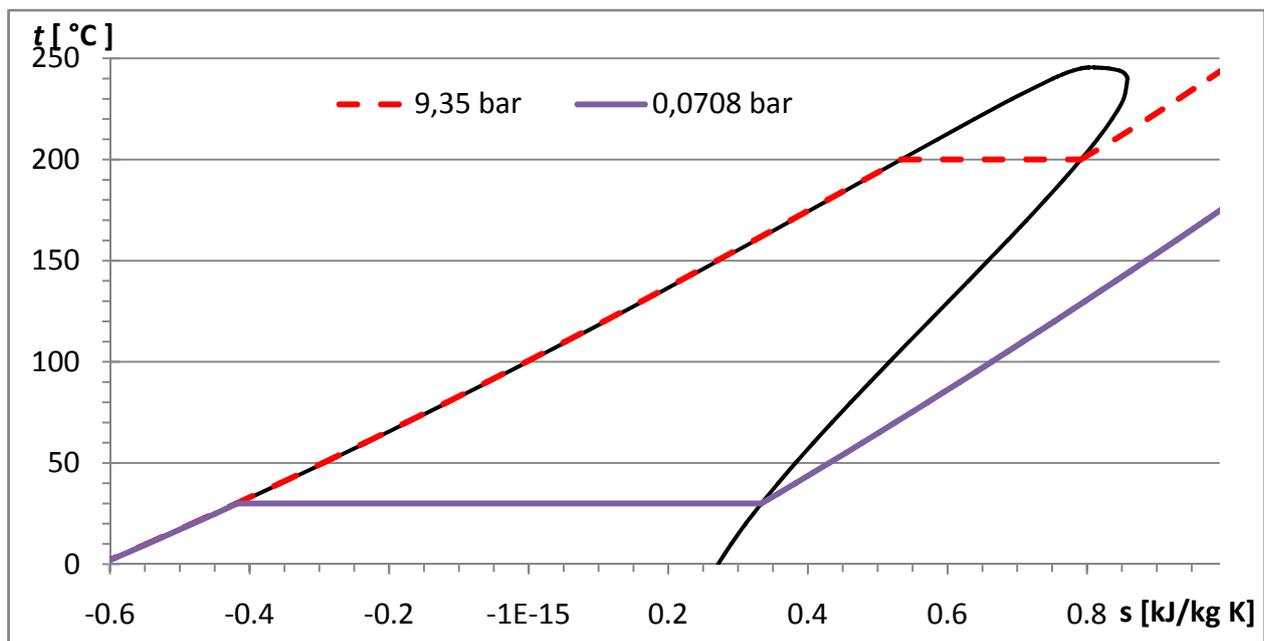
#### Stoffdaten der Luft:

$$R = 0,287 \text{ kJ}/(\text{kg K}), \quad c_{p,L} = 1,0045 \text{ kJ}/(\text{kg K}), \quad \kappa_L = 1,4$$

- a) Skizzieren Sie den Prozess in einem  $p$ ,  $v$ - und  $T$ ,  $s$  - Diagramm. (7 P)
- b) Berechnen Sie die Temperaturen  $T_5$  und  $T_6$ . (4 P)
- c) Berechnen Sie alle zu- und abgeführten spezifischen Wärmeströme. (4 P)
- d) Wie groß sind die Turbinenleistungen  $P_{45}$  und  $P_{67}$ ? (3 P)
- e) Berechnen Sie den thermischen Wirkungsgrad der Gasturbinenanlage. (1 P)

## Aufgabe 2 (21 Punkte):

Bei der energetischen Nutzung von Biogas in einem Gasmotor entsteht außer der mechanischen Nutzenergie reichlich Abwärme, die in einem nachgeschalteten ORC-Prozess in zusätzliche Nutzleistung umgewandelt werden soll. Eine projektierte ORC-Anlage soll zu diesem Zweck mit dem Arbeitsmedium Hexamethyldisiloxan (HMDS) arbeiten. Das flüssige Arbeitsmedium wird um 5 K unterkühlt (Zustand 1) von der Pumpe angesaugt und adiabat (Wirkungsgrad  $\eta_{s,P} = 0,7$ ) auf den Verdampfungsdruck,  $p_2 = 9,35$  bar, gefördert (Zustand 2). In einem inneren Wärmeübertrager wird die Flüssigkeit vorgewärmt bis zur Temperatur  $t_3 = 109,46^\circ\text{C}$ , mit Wärme, die dem entspannten Dampf entnommen wird (5→6). Anschließend wird die Abwärme des Gasmotors zur Vorwärmung, Verdampfung und Überhitzung bis zum Zustand 4 genutzt. Das um 10 K überhitzte Gas wird in der Turbine adiabat (Wirkungsgrad  $\eta_{s,T} = 0,9$ ) auf den Kondensatordruck entspannt (Zustand 5) und gibt danach Wärme bis zur Temperatur  $T_6$  an die Flüssigkeit (2→3) ab und anschließend bis  $t_1$  an Kühlwasser, welches sich von  $15^\circ\text{C}$  auf  $20^\circ\text{C}$  erwärmt. Die Kondensation findet bei  $30^\circ\text{C}$  statt.



- Skizzieren Sie den Prozess in das obenstehende  $T,s$ -Diagramm und zeichnen Sie ein Anlagenschema. (5 P)
- Berechnen Sie die spezifischen Turbinen- und Pumpenarbeiten. (6 P)
- Wie viel Wärme muss aus dem Abgas des Biogasmotors aufgenommen werden, um eine Nutzleistung von 30 kW zu erzielen? (5 P)
- Wie groß ist der exergetische Wirkungsgrad ( $t_u = 10^\circ\text{C}$ )? (2 P)
- Wie groß ist der Massenstrom des Kühlwassers ( $c_{p,KW} = 4,19 \text{ kJ}/(\text{kg K})$ )? (3 P)

Die Stoffdaten von HMDS sind auf der nächsten Seite.

### Zweiphasengebiet HMDS:

| $t$<br>°C | $p$<br>bar | $\rho'$<br>kg/m <sup>3</sup> | $\rho''$<br>kg/m <sup>3</sup> | $h'$<br>kJ/kg | $h''$<br>kJ/kg | $s'$<br>kJ/kgK | $s''$<br>kJ/kgK |
|-----------|------------|------------------------------|-------------------------------|---------------|----------------|----------------|-----------------|
| 10        | 0,02439    | 772,84                       | 0,16907                       | -178,94       | 58,010         | -0,54666       | 0,29016         |
| 20        | 0,04251    | 763,43                       | 0,28533                       | -160,11       | 72,168         | -0,48134       | 0,31102         |
| 30        | 0,07080    | 753,91                       | 0,46112                       | -141,06       | 86,579         | -0,41744       | 0,33346         |
| 40        | 0,11329    | 744,24                       | 0,71725                       | -121,76       | 101,22         | -0,35483       | 0,35724         |
| 50        | 0,17485    | 734,41                       | 1,0786                        | -102,22       | 116,09         | -0,29343       | 0,38212         |
| 190       | 7,8459     | 553,77                       | 45,363                        | 202,37        | 334,17         | 0,48182        | 0,76638         |
| 200       | 9,3500     | 533,64                       | 55,82                         | 227,02        | 348,85         | 0,53388        | 0,79136         |
| 210       | 11,064     | 510,93                       | 69,054                        | 252,31        | 362,81         | 0,58608        | 0,81479         |

### Überhitzter Dampf und unterkühlte Flüssigkeit von HMDS:

| $t$<br>°C | $p$<br>bar | $\rho$<br>kg/m <sup>3</sup> | $h$<br>kJ/kg | $s$<br>kJ/kgK | $t$<br>°C | $p$<br>bar | $\rho$<br>kg/m <sup>3</sup> | $h$<br>kJ/kg | $s$<br>kJ/kgK |
|-----------|------------|-----------------------------|--------------|---------------|-----------|------------|-----------------------------|--------------|---------------|
| 20        | 9,35       | 765,14                      | -159,33      | -0,48284      | 20        | 0,0708     | 763,44                      | -160,11      | -0,48135      |
| 30        | 9,35       | 755,75                      | -140,30      | -0,41899      | 25        | 0,0708     | 758,69                      | -150,61      | -0,44922      |
| 40        | 9,35       | 746,23                      | -121,02      | -0,35644      | 30        | 0,0708     | 753,91                      | -141,06      | -0,41744      |
| 50        | 9,35       | 736,55                      | -101,51      | -0,29510      |           |            |                             |              |               |
| 60        | 9,35       | 726,7                       | -81,742      | -0,23486      | 30        | 0,0708     | 0,46112                     | 86,579       | 0,33346       |
| 70        | 9,35       | 716,64                      | -61,721      | -0,17565      | 40        | 0,0708     | 0,44577                     | 101,61       | 0,38224       |
| 80        | 9,35       | 706,34                      | -41,437      | -0,11738      | 45        | 0,0708     | 0,43849                     | 109,24       | 0,40641       |
| 90        | 9,35       | 695,75                      | -20,885      | -0,06000      | 50        | 0,0708     | 0,43146                     | 116,94       | 0,43043       |
| 100       | 9,35       | 684,84                      | -0,0573      | -0,00342      | 60        | 0,0708     | 0,41809                     | 132,57       | 0,47805       |
| 109,46    | 9,35       | 674,18                      | 19,907       | 0,04941       | 70        | 0,0708     | 0,40557                     | 148,49       | 0,52513       |
| 110       | 9,35       | 673,56                      | 21,055       | 0,05241       | 80        | 0,0708     | 0,39380                     | 164,69       | 0,57169       |
| 120       | 9,35       | 661,83                      | 42,460       | 0,10756       | 85        | 0,0708     | 0,38817                     | 172,91       | 0,59478       |
| 130       | 9,35       | 649,59                      | 64,171       | 0,16209       | 90        | 0,0708     | 0,38271                     | 181,19       | 0,61774       |
| 140       | 9,35       | 636,72                      | 86,201       | 0,21606       | 95        | 0,0708     | 0,37741                     | 189,54       | 0,64059       |
| 150       | 9,35       | 623,11                      | 108,57       | 0,26956       | 100       | 0,0708     | 0,37226                     | 197,97       | 0,66332       |
| 160       | 9,35       | 608,58                      | 131,30       | 0,32266       | 105       | 0,0708     | 0,36725                     | 206,46       | 0,68593       |
| 170       | 9,35       | 592,88                      | 154,44       | 0,37546       | 110       | 0,0708     | 0,36237                     | 215,03       | 0,70843       |
| 180       | 9,35       | 575,65                      | 178,03       | 0,42810       | 115       | 0,0708     | 0,35763                     | 223,66       | 0,73082       |
| 190       | 9,35       | 556,28                      | 202,17       | 0,48079       | 120       | 0,0708     | 0,35301                     | 232,36       | 0,75309       |
| 200       | 9,35       | 533,64                      | 227,02       | 0,53388       | 125       | 0,0708     | 0,34852                     | 241,13       | 0,77526       |
|           |            |                             |              |               | 130       | 0,0708     | 0,34413                     | 249,97       | 0,79731       |
| 200       | 9,35       | 55,821                      | 348,85       | 0,79136       | 135       | 0,0708     | 0,33986                     | 258,87       | 0,81926       |
| 210       | 9,35       | 51,580                      | 372,16       | 0,84011       | 140       | 0,0708     | 0,33570                     | 267,84       | 0,84111       |
| 220       | 9,35       | 48,415                      | 394,85       | 0,88661       | 145       | 0,0708     | 0,33164                     | 276,88       | 0,86285       |
| 230       | 9,35       | 45,888                      | 417,25       | 0,93156       | 150       | 0,0708     | 0,32768                     | 285,98       | 0,88449       |

### Aufgabe 3 (10 Punkte):

Eine blaue 1,20 m hohe zylindrische Stahltonne mit der Masse 10 kg ist zu Beginn eines Versuchs mit Luft im Umgebungszustand ( $p_u = 1,0142 \text{ bar}$ ,  $t_u = 20^\circ\text{C}$ ) gefüllt. Die Masse der Luft beträgt  $m_{\text{Luft}} = 0,409 \text{ kg}$ .

- a) Welches Volumen hat die Stahltonne? (2 P)

Im Laufe des Versuchs wird die Tonne zum Teil mit Wasser gefüllt und auf  $t_1 = 100^\circ\text{C}$  aufgeheizt. Das verdampfende Wasser reißt hierbei die Luftmoleküle durch eine kleine Öffnung im Tonnendeckel mit in die Umgebung, so dass sich nach einiger Zeit ausschließlich Wasser und Wasserdampf in der Tonne befindet. Der Flüssigkeitsspiegel hat dann eine Höhe von 5 cm und die Tonne wird verschlossen (Zustand 1).

- b) Wie groß ist die Normalkraft, die im Zustand 1 auf einen  $\text{cm}^2$  der Seitenwand der Tonne einwirkt? Wie groß ist die Gewichtskraft, die von der Tonne auf den Erdboden ausgeübt wird ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ )? (4 P)

Nun wird die Stahltonne durch Besprühen mit Wasser abgekühlt. Bei der Temperatur  $t_2$  (Zustand 2) implodiert die Tonne schlagartig auf 60% des Ausgangsvolumens, da die Seitenwand versagt. Die Zustandsänderung 1→2 kann als isochor angesehen werden. Am Ende des Abkühlungsvorgangs erreicht das Wasser die Umgebungstemperatur (Zustand 3).

- c) Wie groß ist die Temperatur  $t_2$ , wenn  $1 \text{ cm}^2$  der Seitenwand einer Differenzkraft von  $F_{\text{max}} = 9,404 \text{ N}$  standhalten kann? (2 P)
- d) Skizzieren Sie die Zustände 1 bis 3 in einem  $p, v$ -Diagramm. (2 P)

Luft kann als ideales Gas mit  $c_v = 0,714 \text{ kJ}/(\text{kg K})$  und  $R = 0,287 \text{ kJ}/(\text{kg K})$  angesehen werden.

### Stoffdaten von Wasser:

Kritische Daten:  $t_c = 373,95 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $p_c = 220,64 \text{ bar}$

Wasser im Nassdampfgebiet:

| $t$<br>$^\circ\text{C}$ | $p$<br>bar | $\rho'$<br>$\text{kg}/\text{m}^3$ | $\rho''$<br>$\text{kg}/\text{m}^3$ | $u'$<br>kJ/kg | $u''$<br>kJ/kg | $s'$<br>kJ/(kg K) | $s''$<br>kJ/(kg K) |
|-------------------------|------------|-----------------------------------|------------------------------------|---------------|----------------|-------------------|--------------------|
| 20                      | 0,0234     | 998,16                            | 0,0173                             | 83,912        | 2402,3         | 0,2965            | 8,6660             |
| 40                      | 0,0738     | 992,18                            | 0,0512                             | 167,53        | 2429,4         | 0,5724            | 8,2555             |
| 60                      | 0,1995     | 983,16                            | 0,1304                             | 251,16        | 2455,9         | 0,8313            | 7,9081             |
| 80                      | 0,4741     | 971,77                            | 0,2937                             | 334,96        | 2481,6         | 1,0756            | 7,6111             |
| 100                     | 1,0142     | 958,35                            | 0,5982                             | 419,06        | 2506,0         | 1,3072            | 7,3541             |