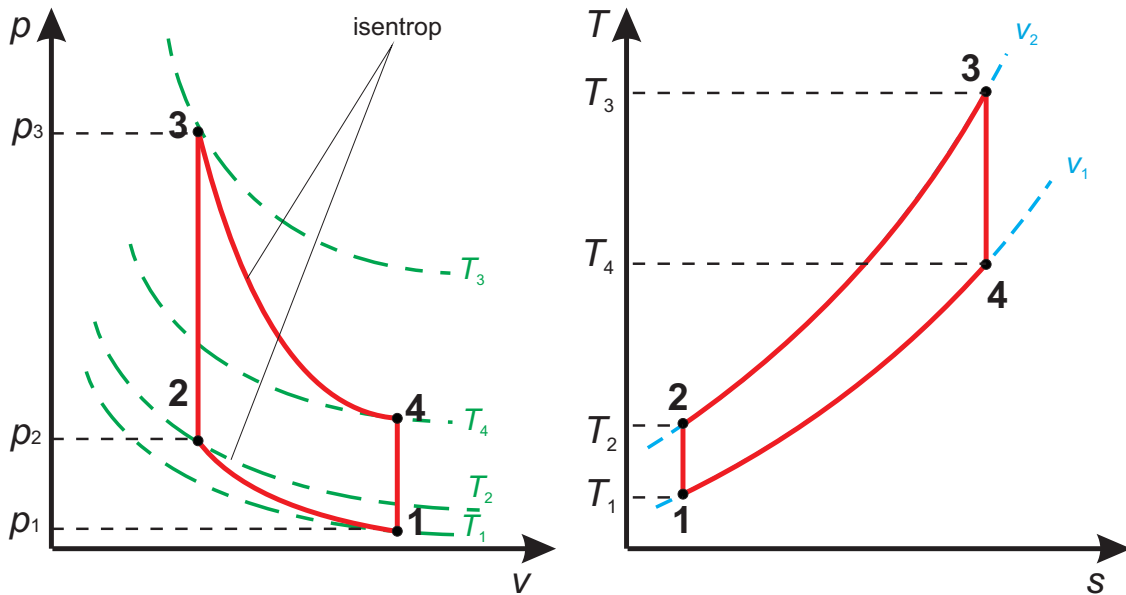


# Musterlösung Aufgabe 1: «Otto-Motor»

## I. TEILAUFGABE A) ⇒ 4 PUNKTE



## II. TEILAUFGABE B) ⇒ 2 PUNKTE

1 → 2: isentrope Verdichtung:  $p_1 \cdot v_1^\kappa = p_2 \cdot v_2^\kappa$

mit  $p \cdot v = R \cdot T$

$$p_1 \cdot \left( \frac{R \cdot T_1}{p_1} \right)^\kappa = p_2 \cdot \left( \frac{R \cdot T_2}{p_2} \right)^\kappa \Rightarrow \left( \frac{T_1 \cdot p_2}{p_1 \cdot T_2} \right)^\kappa = \frac{p_2}{p_1}$$

$$\Rightarrow \kappa = \frac{\ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right)}{\ln \left( \frac{T_1 \cdot p_2}{p_1 \cdot T_2} \right)} = \frac{\ln \left( \frac{15 \text{ bar}}{1 \text{ bar}} \right)}{\ln \left( \frac{298.15 \text{ K} \cdot 15 \text{ bar}}{1 \text{ bar} \cdot 673.15 \text{ K}} \right)} = 1.43$$

## III. TEILAUFGABE C) ⇒ 3 PUNKTE

2 → 3: isochore Wärmezufuhr:  $q_{23} = c_v \cdot (T_3 - T_2)$

$$\Rightarrow c_v = \frac{q_{23}}{T_3 - T_2} = \frac{1380 \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)}{(2692.60 - 673.15) \text{ K}} = 0.683 \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)$$

$$\text{mit } \kappa = \frac{c_p}{c_v} \Rightarrow c_p = c_v \cdot \kappa = 0.683 \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right) \cdot 1.43 = 0.977 \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)$$

$$\text{mit } R = c_p - c_v \Rightarrow R = 0.977 - 0.683 = 0.294 \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)$$

$$\text{mit } R = \frac{R_m}{M} \Rightarrow M = \frac{R_m}{R} = \frac{8.314472 \left( \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right)}{0.294 \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)} = 28.293 \left( \frac{\text{g}}{\text{mol}} \right)$$

#### IV. TEILAUFGABE D) $\Rightarrow$ 3 PUNKTE

$$4 \rightarrow 1: \text{ isochor: } \left( \frac{T_1}{p_1} \right) = \left( \frac{T_4}{p_4} \right) \Rightarrow T_4 = \left( \frac{T_1 \cdot p_4}{p_1} \right) \quad (*)$$

$$3 \rightarrow 4: \text{ isentrop (reversibel adiabat): } \left( \frac{p_3}{p_4} \right)^{1-\kappa} = \left( \frac{T_4}{T_3} \right)^\kappa$$

mit (\*):

$$\left( \frac{p_3}{p_4} \right)^{1-\kappa} = \left( \frac{T_1 \cdot p_4}{p_1 \cdot T_3} \right)^\kappa \Rightarrow \frac{p_3}{p_4} = \left( \frac{T_1 \cdot p_4}{p_1 \cdot T_3} \right)^{\frac{\kappa}{1-\kappa}} \Rightarrow p_4 = (p_3)^{1-\kappa} \cdot \frac{(T_3 \cdot p_1)^\kappa}{T_1^\kappa}$$

$$p_4 = (60 \text{ bar})^{1-1.43} \cdot \frac{(2692.6 \text{ K} \cdot 1 \text{ bar})^{1.43}}{298.15^{1.43}} = 4 \text{ bar}$$

$$\text{Aus (*): } T_4 = \left( \frac{298.15 \text{ K} \cdot 4 \text{ bar}}{1 \text{ bar}} \right) = 1192.6 \text{ K}$$

#### V. TEILAUFGABE E) $\Rightarrow$ 1 PUNKT

3  $\rightarrow$  4: isentrop (reversibel adiabat):

$$w_{34} = c_v \cdot (T_4 - T_3) = 0.683 \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right) \cdot (1192.6 - 2692.60) \text{ K} = -1025 \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)$$

#### VI. TEILAUFGABE F) $\Rightarrow$ 2 PUNKTE

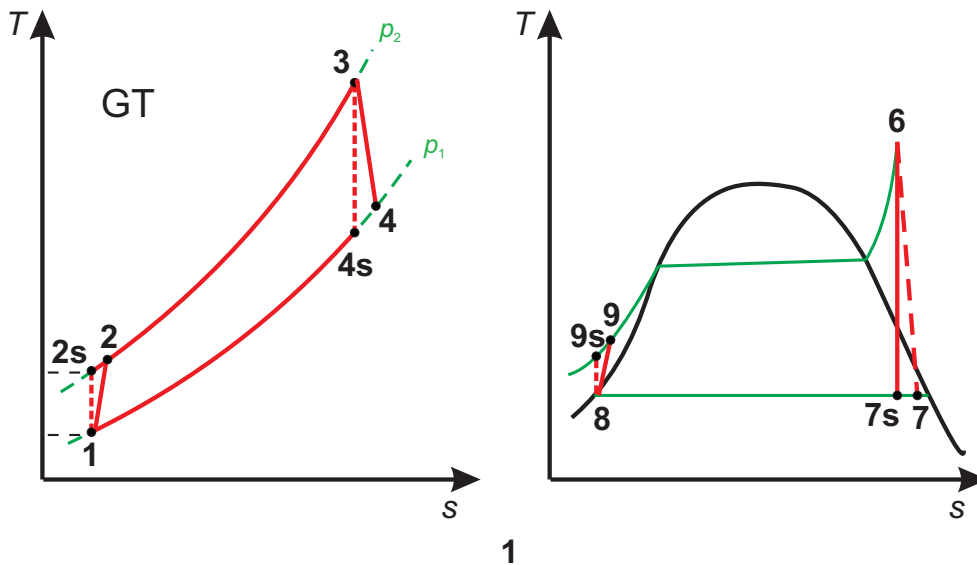
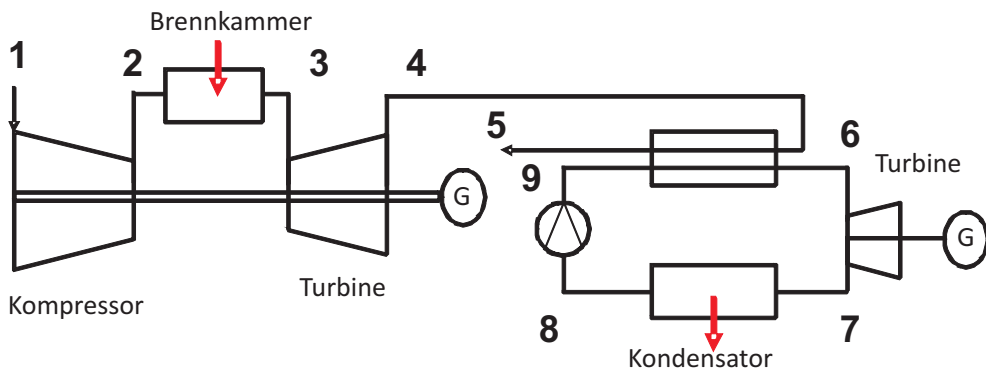
$$\eta = \frac{|w_{12} + w_{34}|}{q_{23}}$$

$$w_{12} = c_v \cdot (T_2 - T_1) = 0.683 \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right) \cdot (673.15 - 298.15) \text{ K} = 256.125 \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)$$

$$\eta = \frac{|256.26 - 1025| \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)}{1380 \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)} = 0.557$$

# Musterlösung Aufgabe 2: «Kreisprozess»

## I. TEILAUFGABE A,B) ⇒ 4 PUNKTE



## II. TEILAUFGABE C) 6 PUNKTE

$T_4$  aus Enthalpiebilanz der Verbrennung und Entspannung von Zustand 3 nach 4

$$\dot{Q}_{GT, zu} = \Delta \dot{H}_{23} + \dot{H}_3 - \dot{H}_2 = (\dot{m}_A \cdot c_{PA}) \cdot T_3 - (\dot{m}_L \cdot c_{PL} + \dot{m}_B \cdot c_{PB})$$

$$\Rightarrow T_3 = T_2 + \frac{\dot{Q}_{GT, zu}}{(\dot{m}_L \cdot c_{PL} + \dot{m}_B \cdot c_{PB})} = T_2 + 999,78K = 1623,23K$$

$T_2$  aus Verdichtung  $p^{1-\kappa} \cdot T_{2s}^\kappa = const.$

$$T_{2s} = T_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = (25 + 273,15)K \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^{\frac{1-1,401}{1,401}} = 607,19K$$

$$\eta_{s,V} = \frac{w_{ts,12}}{w_{t,12}} = \frac{c_p \cdot (T_{2s} - T_1)}{c_p \cdot (T_2 - T_1)}$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{\eta_{s,V}}{(T_{2s} - T_1)} = 298,15K + \frac{(607,19 - 298,15)K}{(0,95)} = 623,45K$$

Von Zustand 3 nach 4 adiabate Entspannung  $T_3^\kappa \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = 1623,23K \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^{\frac{1-1,395}{1,395}} = 803,17K$

$$\eta_{s,T} = \frac{w_{t,34}}{w_{t,34s}} = \frac{c_p \cdot (T_4 - T_3)}{c_p \cdot (T_{4s} - T_3)}$$

$$\Rightarrow T_4 = T_3 + \eta_{s,T} \cdot (T_{4s} - T_3) = 1623,23K + 0,95 \cdot (803,17 - 1623,23)K = 844,17K \Rightarrow 571,02^\circ C$$

### III. TEILAUFGABE D) $\Rightarrow$ 2 PUNKTE

$$\dot{Q}_{GT,ab} = \dot{m}_{Abgas} \cdot c_p \cdot (T_5 - T_4) = 102,058 \frac{kg}{s} \cdot 1,013 \frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot (180,74 - 571,02)K = -40348,8 \text{ KW}$$

### IV. TEILAUFGABE E) $\Rightarrow$ 2 PUNKTE

$T_6$  aus Wärmezufuhr von Zustand 9 nach 6

$$\dot{Q}_{zu,DT} = \dot{m}_D \cdot (h_6 - h_9)$$

$$h_9 = h_8 + w_{t,Pumpe} = h_8 + \frac{w_{rev}}{\eta_{s,p}} = (191,8 + \frac{4,025}{0,85}) \frac{kJ}{kg} = 196,54 \frac{kJ}{kg}$$

$$w_{t,rev,89s} = \int v dp = v \cdot (p_9 - p_8) = 1,0088 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{kg} \cdot (40 - 0,1) \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} = 4,025 \frac{kJ}{kg}$$

$$h_6 = h_9 + \frac{\dot{Q}_{zu,DT}}{\dot{m}_D} = 196,54 \frac{kJ}{kg} + \frac{40348,8 \frac{kJ}{s}}{12,16 \frac{kJ}{s}} = 3514,7 \frac{kJ}{kg}$$

$T_6$  interpolieren aus Tafel

$$T_6 = 530^\circ C + \frac{3514,7 - 3514,6}{3560,3 - 3514,6} \cdot 20K = 530,04^\circ C$$

### V. TEILAUFGABE F) $\Rightarrow$ 2 PUNKTE

$$\dot{Q}_{Gas,pp} \text{ aus } \dot{Q}_{zu,DT4,4'} = \dot{m}_D \cdot (h' - h_9) = 12,16 \frac{kg}{s} \cdot (1087,5 - 196,54) \frac{kJ}{kg} = 10834,1 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_{zu,DT4,4'} = -\dot{Q}_{Ab,GT,PP,5} = \dot{m}_A \cdot c_{pa} \cdot (T_5 - T_{pp})$$

$$T_{pp} = T_5 + \frac{\dot{Q}_{zu,DT}}{\dot{m}_A \cdot c_{pa}} = 180,74^\circ C + \frac{10834,1 \text{ kW}}{102,058 \cdot 1,013 \frac{kg}{s} \cdot \frac{kJ}{kg \cdot K}}$$

$$\Delta T_{pp} = 285,53^\circ C - 250,35^\circ C = 35,18K$$

# Musterlösung Aufgabe 3

## I. TEILAUFGABE A)

Dichte bei Zustandspunkt 1

$$\rho_1 = \frac{m}{V} = \frac{10\text{kg}}{13,5\text{l}} = 740,741 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Dampfgehalt am Zustandspunkt 1

$$x_1 = \frac{\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho'(57\text{bar})}}{\frac{1}{\rho''(57\text{bar})} - \frac{1}{\rho'(57\text{bar})}} = 0,0156$$

innere Energie am Punkt 1

$$x_1 = \frac{u_1 - u'(57\text{bar})}{u''(57\text{bar}) - u'(57\text{bar})}$$
$$\Leftrightarrow u_1 = x_1 \cdot (u'' - u') + u' = 249,829 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Dampfgehalt am Punkt 2

$$x_2 = \frac{\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho'(8^\circ\text{C})}}{\frac{1}{\rho''(8^\circ\text{C})} - \frac{1}{\rho'(8^\circ\text{C})}} = 0,0307$$

innere Energie am Zustandspunkt 2

$$u_2 = x_2 \cdot (u''(8^\circ\text{C}) - u'(8^\circ\text{C})) + u'(8^\circ\text{C}) = 220,834 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

abgegebene Wärme bei der Zustandsänderung 1  $\rightarrow$  2

$$Q_{12} = m_1 \cdot (u_2 - u_1) = -289,947\text{kJ}$$

## II. TEILAUFGABE B)

Masse am Punkt 3

$$m_3 = m_1 - 4\text{kg} = 6\text{kg}$$

Volumenanteil  $a_3$

$$m_{ges} = V \cdot a_3 \cdot \rho'(8^\circ\text{C}) + V \cdot (1 - a_3) \cdot \rho''(8^\circ\text{C})$$

$$a_3 = \frac{m_{ges} - V \cdot \rho''}{V \cdot \rho' - V \cdot \rho''} = 0,424$$

Höhe der Flüssigkeit  $h_l$

$$V = H \cdot r^2 \cdot \pi \Leftrightarrow H = \frac{V}{r^2 \cdot \pi}$$

$$h_l = a_3 \cdot H = a_3 \cdot \frac{V}{r^2 \cdot \pi} = 0,182\text{m}$$

### III. TEILAUFGABE C)

Dichte bei der isochoren Zustandsänderung  $3 \rightarrow 4$

$$\rho_3 = \rho_4 = \frac{m_3}{V} = 444,44 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

innere Energie  $u_4$  kann aus der Tabelle abgelesen werden

$$u_4 = 321,33 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

innere Energie  $u_3$

$$x_3 = \frac{\frac{V}{m_3} - \frac{1}{\rho'(8^\circ\text{C})}}{\frac{1}{\rho''(8^\circ\text{C})} - \frac{1}{\rho'(8^\circ\text{C})}} = 0,164$$

$$u_3 = x_3 \cdot (u''(8^\circ\text{C}) - u'(8^\circ\text{C})) + u'(8^\circ\text{C}) = 244,187 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Zeit  $t_{34}$ , die benötigt wird bis das gesamte  $\text{CO}_2$  gasförmig vorliegt

$$\dot{Q}_{34} = \frac{m_3}{t_{34}} \cdot (u_4 - u_3)$$

$$\Leftrightarrow t_{34} = \frac{m_3}{\dot{Q}_{34}} \cdot (u_4 - u_3) = 46,286\text{s}$$

### IV. TEILAUFGABE D)

spezifische Entropie am Zustandspunkt 4 aus Tabelle ablesen

$$s_4 = 1,452 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$s_5$  im homogenen Bereich interpolieren

$$\rho_5 = \rho_3 = 444,44 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$s_5 = \frac{s(360^\circ\text{C}, 625\text{bar}) - s(380^\circ\text{C}, 625\text{bar})}{\rho(360^\circ\text{C}, 625\text{bar}) - \rho(380^\circ\text{C}, 625\text{bar})} \cdot (\rho_5 - \rho(380^\circ\text{C}, 625\text{bar})) + s(380^\circ\text{C}, 625\text{bar})$$

$$= 2,172 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Entropiedifferenz zwischen den Zustandspunkten 4 und 5

$$\Delta S_{45} = m_3 \cdot (s_5 - s_4) = 4,321 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

V. TEILAUFGABE E)

