

I. AUFGABE 1

a)

- gegeben: 1-atomiges ideales Gas
- gesucht:  $c_{p,H}$ ,  $\kappa_H$

$$c_{v,H} = \frac{3}{2} \cdot R_H \quad c_{p,H} = c_{v,H} + R_H = \frac{5}{2} \cdot R_H \quad \kappa_H = \frac{c_{p,H}}{c_{v,H}} = \frac{10}{6}$$

$$R_H = \frac{R_m}{M_H} = \frac{8,314472 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}}{4,003 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 2,077 \frac{\text{J}}{\text{g K}}$$

$$c_{v,H} = 3,1156 \frac{\text{J}}{\text{g K}} \quad c_{p,H} = 5,1925 \frac{\text{J}}{\text{g K}} \quad \kappa_H = 1,667$$

b)

- gesucht:  $n$ ,  $T_{2,s}$

$$\frac{T_{2,s}}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \Leftrightarrow T_{2,s} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \cdot T_1$$

$$T_{2,s} = (10)^{\frac{0,667}{1,667}} \cdot 293,15\text{K} = 736,38\text{K}$$

$$T_2 = T_{2,s} - 50\text{K} = 686,38\text{K}$$

$$n = \frac{1}{1 - \left(\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) / \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)\right)} = \frac{1}{1 - \left(\ln\left(\frac{686,38}{293,15}\right) / \ln(10)\right)} = 1,586$$

c)

- gesucht: Realgasfaktor  $z$

$$z = \frac{pv}{RT} \quad v = \frac{V}{m}$$

$$V = 37,7\text{m}^3 \quad m = \dot{m}_H \cdot t = 90 \frac{\text{g}}{\text{s}} \cdot 1273\text{s} = 114,57\text{kg} \quad \Rightarrow \quad v = 0,329 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$z = \frac{50 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 0,329 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}}{2077 \frac{\text{Nm}}{\text{kg K}} \cdot 686,38\text{K}} = 1,154$$

Ideale Gase haben einen Realgasfaktor von 1, in diesem Beispiel weicht das Helium also relativ stark vom idealen Gas ab (um 15,4 %). Bei sonst gleichen Bedingungen wäre der Druck vom idealen Gas also ca. 6,7 bar niedriger.

d)

- gesucht:  $c_4$

1. Hauptsatz:  $q_{34} + w_{t,34} = \Delta h_{34} + \Delta e_{kin,34} + \Delta e_{pot,34}$

$\Rightarrow$  Prozess reversibel und adiabat:  $q_{34} = 0$  und  $w_{t,34} = 0$

$\Rightarrow$  Keine Höhenunterschiede:  $\Delta e_{pot,34} = 0$

$$\Delta h_{34} = -\Delta e_{kin,34} \quad \Leftrightarrow \quad c_{p,H} \cdot (T_4 - T_3) = -\frac{1}{2} \cdot (c_4^2 - c_3^2)$$

Alternativweg 1:

$$\Leftrightarrow \frac{\kappa \cdot R_H \cdot T_3}{\kappa - 1} \cdot \left( \left( \frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right) = -\frac{1}{2} \cdot (c_4^2 - 0)$$

$$\Leftrightarrow c_4^2 = 760,764 \frac{\text{J}}{\text{g}} \quad \Leftrightarrow \quad c_4 = \sqrt{760,764 \frac{\text{kg m/s}^2 \text{ m}}{10^{-3} \text{kg}}} \quad \Leftrightarrow \quad c_4 = 872,218 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Alternativweg 2:

$$T_4 = \left( \frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \cdot T_3 = \left( \frac{7,3}{15} \right)^{\frac{0,667}{1,667}} \cdot 293,15 \text{K} = 219,758 \text{K}$$

$$\Leftrightarrow c_4 = \sqrt{-2 \cdot c_{p,H} \cdot (T_4 - T_3)} = \sqrt{-2 \cdot 5192,5 \frac{\text{J}}{\text{g K}} \cdot (219,758 - 293,15) \text{K}} = 873,027 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

e)

- gesucht:  $z_{max}$

Kräftegleichgewicht:  $F_{Auftrieb} = F_{Gewicht} \quad \Leftrightarrow \quad (\rho_{Luft} - \rho_{Helium}) \cdot g \cdot V_{Ballon} = m \cdot g$

$$\Leftrightarrow (\rho_{Luft} - \rho_{Helium}) = \frac{m}{V_{Ballon}} \quad \Leftrightarrow \quad (\rho_{Luft} - \rho_{Helium}) = 0,15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

ideales Gas:  $\frac{p}{\rho} = R \cdot T$  hier:  $\Delta \rho = \frac{p(z)}{R_L \cdot T} - \frac{p(z)}{R_H \cdot T} = \frac{p(z)}{R_m \cdot T} \cdot (M_L - M_H)$

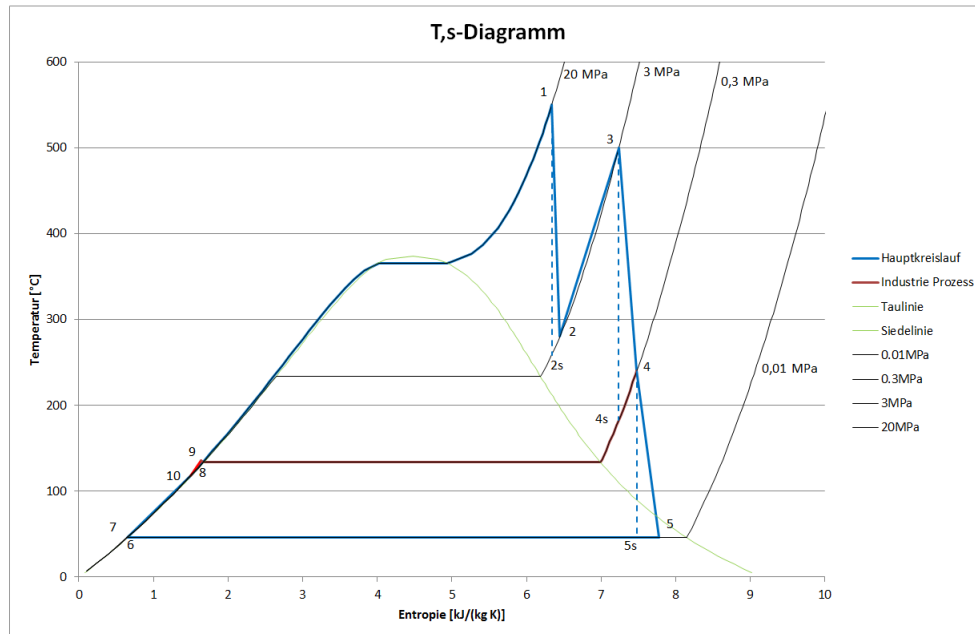
$$\Rightarrow \frac{\Delta \rho \cdot R_m \cdot T}{0,2676 \text{bar} \cdot (M_L - M_H)} = e^{\left( \frac{-z+10 \text{km}}{6,38216 \text{km}} \right)}$$

$$\Rightarrow \ln \left( \frac{\Delta \rho \cdot R_m \cdot T}{0,2676 \text{bar} \cdot (M_L - M_H)} \right) \cdot 6,38216 \text{km} - 10 \text{km} = -z$$

$$\Leftrightarrow z = 15,73 \text{km}$$

# Musterlösung Aufgabe 2: «Kreisprozess»

## I. TEILAUFGABE A) ⇒ 7 PUNKTE



## II. TEILAUFGABE B) ⇒ 4 PUNKTE

$$\dot{Q}_{zu} = \dot{Q}_{10,1} + \dot{Q}_{23} = \dot{m} \cdot [(h_1 - h_{10}) + (h_3 - h_2)]$$

$$\Rightarrow h_{10} = h_1 + h_3 - h_2 - \frac{\dot{Q}_{zu}}{\dot{m}}$$

$$\text{mit } h_1 = h(T = 550^\circ\text{C} ; p = 20 \text{ MPa}) = 3396,1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_2 = h(T = 280^\circ\text{C} ; p = 3 \text{ MPa}) = 2942,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_3 = h(T = 500^\circ\text{C} ; p = 3 \text{ MPa}) = 3457,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_{10} = 3396,1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 3457,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 2942,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - \frac{900 \text{ MW}}{250 \frac{\text{kg}}{\text{s}}} = 311,1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

### III. TEILAUFGABE C) ⇒ 3 PUNKTE

$$1) \dot{H}_{10} = \dot{H}_7 + \dot{H}_9$$

$$\dot{m} \cdot h_{10} = \dot{m}_{KT} \cdot h_7 + \dot{m}_{IP} \cdot h_9$$

$$2) \dot{m} = \dot{m}_{KT} + \dot{m}_{IP}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_{IP} = \dot{m} - \dot{m}_{KT} \quad \text{oder} \quad \dot{m}_{KT} = \dot{m} - \dot{m}_{IP}$$

$$2) \text{ in } 1) \Rightarrow \dot{m}_{KT} = \dot{m} \left[ \frac{h_{10} - h_9}{h_7 - h_9} \right] \quad \text{oder} \quad \dot{m}_{IP} = \dot{m} \left[ \frac{h_{10} - h_7}{h_9 - h_7} \right]$$

$$\text{mit } h_7 = h_6 + w_{t67} = h'(0,01 \text{ MPa}) + w_{t67} = 191,81 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 20,11 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 211,92 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_9 = h_8 + w_{t89} = h'(0,3 \text{ MPa}) + w_{t89} = 561,43 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 21,04 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 582,47 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\dot{m}_{KT} = 250 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot \left[ \frac{311,1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 582,47 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{211,92 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 582,47 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} \right] = 183,09 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\dot{m}_{IP} = 250 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot \left[ \frac{311,1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 211,92 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{582,47 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 211,92 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} \right] = 66,91 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

### IV. TEILAUFGABE D) ⇒ 6 PUNKTE

$$P_{el} = P_{12} + P_{34} + P_{45}$$

$$P_{12} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) = 250 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot (2942,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 3396,1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}) = -113,475 \text{ MW}$$

$$P_{34} = \dot{m} \cdot (h_4 - h_3)$$

$$\text{mit: } h_4 = h(T = 240^\circ\text{C} ; p = 0,3 \text{ MPa}) = 2947,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$P_{34} = \dot{m} \cdot (h_4 - h_3) = 250 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot (2947,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 3457,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}) = -127,425 \text{ MW}$$

$$P_{45} = \dot{m}_{KT} \cdot (h_5 - h_4)$$

$$\text{mit } h_5 = h'(0,01 \text{ MPa}) + x_5 \cdot [h''(0,01 \text{ MPa}) - h'(0,01 \text{ MPa})]$$

$$= 191,81 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 0,95 \cdot [2573,9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 191,81 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}] = 2454,416 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$P_{45} = \dot{m}_{KT} \cdot (h_5 - h_4) = 183,09 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot (2454,416 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 2947,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}) = -90,277 \text{ MW}$$

$$P_{el} = P_{12} + P_{34} + P_{45} = (-113,475 - 127,425 - 90,277) \text{ MW} = -331,177 \text{ MW}$$

$$\dot{Q}_{IP} = \dot{m}_{IP} \cdot (h_8 - h_4) = 66,91 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot (561,43 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 2947,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}) = -159,662 \text{ MW}$$

## V. TEILAUFGABE E) ⇒ 3 PUNKTE

$$\eta_{s,T;HD} = \frac{w_{t,12}}{w_{t,12s}} = \frac{h_2 - h_1}{h_{s2} - h_1}$$

mit:  $h_{s2} = h(p = 0,3 \text{ MPa} ; s_{s2}) ; s_{s2} = s_1 = 6,3389 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$

$$h_{s2} = 2856,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + (2886,4 - 2856,5) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot \left[ \frac{6,3389 - 6,2893}{6,3459 - 6,2893} \right] = 2882,7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\eta_{s,T;HD} = \left[ \frac{2942,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 3396,1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{2882,7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 3396,1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} \right] = 88,41\%$$

## VI. TEILAUFGABE F) ⇒ 5 PUNKTE

$$\eta_{el} = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} = \frac{|P_{el} + P_{67} + P_{89}|}{\dot{Q}_{zu}} \quad \eta_{ges} = \frac{|P_{el} + P_{67} + P_{89} + \dot{Q}_{IP}|}{\dot{Q}_{zu}}$$

mit  $P_{67} = \dot{m}_{KT} \cdot w_{t,67} = 183,09 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 20,11 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 3,682 \text{ MW}$

$$P_{89} = \dot{m}_{IP} \cdot w_{t,89} = 66,91 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 21,04 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 1,408 \text{ MW}$$

$$\eta_{el} = \frac{|P_{el} + P_{67} + P_{89}|}{\dot{Q}_{zu}} = \frac{|-329,37 \text{ MW} + 3,682 \text{ MW} + 1,408 \text{ MW}|}{900 \text{ MW}} = 36,23\%$$

$$\eta_{ges} = \frac{|P_{el} + P_{67} + P_{89} + \dot{Q}_{IP}|}{\dot{Q}_{zu}}$$

$$\eta_{ges} = \frac{|-329,37 \text{ MW} + 3,682 \text{ MW} + 1,408 \text{ MW} - 159,662 \text{ MW}|}{900 \text{ MW}} = 53,97\%$$

**VII. TEILAUFGABE G) ⇒ 3 PUNKTE**

$$\dot{E}_{IP} = \left(1 - \frac{T_u}{T_m}\right) \cdot \dot{Q}_{IP} \quad \text{oder} \quad \dot{E}_{IP} = \dot{m} \cdot (\Delta h_{48} - T_u \cdot \Delta s_{48})$$

mit  $s_8 = s'(p = 0,3 \text{ MPa}) = 1,6717 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$

$$s_4 = s(T = 240^\circ\text{C} ; p = 0,3 \text{ MPa}) = 7,4788 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$$T_m = \frac{h_8 - h_4}{s_8 - s_4} = \frac{561,43 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 2947,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{7,4788 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} - 1,6717 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}} = 410,89\text{K}$$

$$\dot{E}_{IP} = \left(1 - \frac{T_u}{T_m}\right) \cdot \dot{Q}_{IP} = \left(1 - \frac{293,15\text{K}}{410,89\text{K}}\right) \cdot (-159,662\text{MW}) = -45,75\text{MW}$$

oder:

$$\dot{E}_{IP} = \dot{m}_{IP} \cdot (\Delta h_{48} - T_u \cdot \Delta s_{48}) = \dot{Q}_{IP} - \dot{m}_{IP} \cdot T_u \cdot (s_8 - s_4)$$

$$\dot{E}_{IP} = \dot{m}_{IP} \cdot (\Delta h_{48} - T_u \cdot \Delta s_{48}) = -159,662\text{MW} - 66,91 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 293,15\text{K} \cdot (1,6717 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} - 7,4788 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}})$$

$$\dot{E}_{IP} = -45,75\text{MW}$$

# Musterlösung Aufgabe 3: «Autogastank»

## I. TEILAUFGABE A)

geg.:  $V = 80 \text{ dm}^3$  ;  $D = 638,3 \text{ mm}$  ;  $x = 3,543$  ;  $t_1 = t_2 = 10^\circ\text{C}$

ges.:  $p_1$

$$p_1 = 6,366 \text{ bar}$$

## II. TEILAUFGABE B)

ges.:  $\bar{\rho}$

$$x = \frac{\frac{1}{\bar{\rho}} - \frac{1}{\rho'}}{\frac{1}{\rho''} - \frac{1}{\rho'}} \Rightarrow \bar{\rho} = \left( x \cdot \left( \frac{1}{\rho''} - \frac{1}{\rho'} \right) + \frac{1}{\rho'} \right)^{-1} = \left( 0,03543 \cdot \left( \frac{1}{13,783 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} - \frac{1}{514,73 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \right) + \frac{1}{514,73 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \right)^{-1} = 225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

## III. TEILAUFGABE C)

ges.:  $\Delta m_{1,2}$ ;  $H_{PG,2}$

$$m_1 = V \cdot \rho'' = 0,08 \text{ m}^3 \cdot 13,783 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1,1026 \text{ kg}$$

$$m_2 = V \cdot \bar{\rho} = 0,08 \text{ m}^3 \cdot 225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 18 \text{ kg}$$

$$\Delta m_{1,2} = m_2 - m_1 = 16,8974 \text{ kg}$$

$$\text{Volumendampfanteil: } w = \frac{\bar{\rho} - \rho'}{\rho'' - \rho'} = \frac{225 - 514,73}{13,783 - 514,73} = 0,5784$$

$$\text{Volumenflüssiganteil: } w' = 1 - w = 1 - 0,5784 = 0,4216$$

$$\text{Höhe des Tanks: } H_T = \frac{V}{A} = \frac{V}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2} = \frac{0,08 \text{ m}^3}{\frac{\pi}{4} \cdot (0,6383 \text{ m})^2} = 0,25 \text{ m}$$

$$\text{Höhe der Phasengrenze: } H_{PG,2} = w' \cdot h_T = 0,4216 \cdot 0,25 \text{ m} = 0,1054 \text{ m}$$

Alternativ:

$$m'_2 = m_2 \cdot (1 - x) = 18 \text{ kg} \cdot (1 - 0,03543) = 17,36226 \text{ kg}$$

$$V'_2 = \frac{m'_2}{\rho'_2} = \frac{17,36226 \text{ kg}}{514,73 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0,03373 \text{ m}^3$$

$$H_{PG,2} = \frac{V'_2}{A} = \frac{0,03373 \text{ m}^3}{\frac{\pi}{4} \cdot (0,6383 \text{ m})^2} = 0,1054 \text{ m}$$

#### IV. TEILAUFGABE D)

Die Höhe des Flüssigkeitsspiegels im Tank wird ansteigen.

Alternativ: Der Volumenanteil der Flüssigkeit wird steigen.

#### V. TEILAUFGABE E)

ges.: Reichweite

$$m_4 = V \cdot \rho''_4 = 0,08 \text{ m}^3 \cdot 23,451 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1,8761 \text{ kg}$$

$$\Delta m_{3,4} = m_4 - m_3 = (18 - 1,8761) \text{ kg} = 16,124 \text{ kg} \text{ mit } m_3 = m_2$$

$$\text{Reichweite} = \frac{16,124 \text{ kg}}{5,5 \frac{\text{kg}}{100 \text{ km}}} = 293,16 \text{ km}$$

#### VI. TEILAUFGABE F)

ges.:  $T_{3^*}; Q_{2,3^*}$

$$p_{3^*} = 0,8 \cdot p_{Berst} = 0,8 \cdot 200 \text{ bar} = 160 \text{ bar} \Rightarrow \text{einphasig}$$

$$T_{3^*} = 236,63 \text{ }^\circ\text{C} + \frac{160-159,3}{161,3-159,3} \cdot (238,95 - 236,63) = 237,442 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\begin{aligned} Q_{2,3^*} &= m_2 \cdot (u_{3^*} - u_2) = m_2 [h_{3^*} - p_{3^*} \cdot v - (h_2 - p_2 \cdot v)] = m_2 [h_{3^*} - h_2 - v \cdot (p_{3^*} - p_2)] = \\ &= m_2 [h_{3^*} - h_2 - \frac{1}{\rho} \cdot (p_{3^*} - p_2)] = 18 \text{ kg} \cdot [(930,245 - 238,164) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - \frac{1}{225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot (16,0 - 0,6366) 10^6 \text{ Pa}] = \\ &= (12,457458 - 1,229072) \text{ MJ} = 11,228 \text{ MJ} \end{aligned}$$

mit:

$$h_{3^*} = 927,9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + \frac{160-159,3}{161,3-159,3} \cdot (934,6 - 927,9) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 930,245 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_2 = 225,4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 0,03543 \cdot (585,67 - 225,4) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 238,164 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$



