

Musterlösung Aufgabe 1: «Ideales Gas: Backofen»

I. TEILAUFGABE A) ⇒ 2 PUNKTE

- sehr niedrige Dichten: niedrige Drücke, bei höheren Temperaturen auch bis zu höheren Drücken
- Annahmen: Moleküle ohne räumliche Ausdehnung (Massepunkte), keine intermolekularen Wechselwirkungen

II. TEILAUFGABE B) ⇒ 2 PUNKTE

$$p_1 \cdot v_1 = R_{Luft} \cdot T_1 \Rightarrow p_1 \cdot \frac{V}{m_1} = R_{Luft} \cdot T_1 \Rightarrow m_1 = \frac{p_1 V}{R_{Luft} T_1}$$

$$R_{Luft} = \frac{R_m}{M_{Luft}} = \frac{8.314472 \frac{J}{kgK}}{28.96 \frac{kg}{kmol}} = 287.1016 \frac{J}{kgK}$$

$$V = l \cdot b \cdot h = 0.3m \cdot 0.35m \cdot 0.4m = 0.042 m^3$$

$$m = \frac{100000Pa \cdot 0.042m^3}{287.1016 \frac{J}{kgK} \cdot 293.15K} = 0.0499 kg = 49.9 g$$

III. TEILAUFGABE C) ⇒ 2 PUNKTE

$$\text{isochore Zustandsänderung (1} \rightarrow \text{2): } p \cdot v = R \cdot T \Rightarrow \frac{v}{R} = \frac{T}{p} = \text{const.} \Rightarrow \frac{T_1}{p_1} = \frac{T_2}{p_2}$$

$$\Rightarrow p_2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot p_1 = \frac{473.15K}{293.15K} \cdot 100000Pa = 161402.01 Pa = 0.161402 MPa = 1.61402 bar$$

IV. TEILAUFGABE D) ⇒ 3 PUNKTE

$$\text{isobare Zustandsänderung (1} \rightarrow \text{3): } \rho_3 = \frac{1}{v_3} = \frac{p_3}{R_{Luft} \cdot T_3}$$

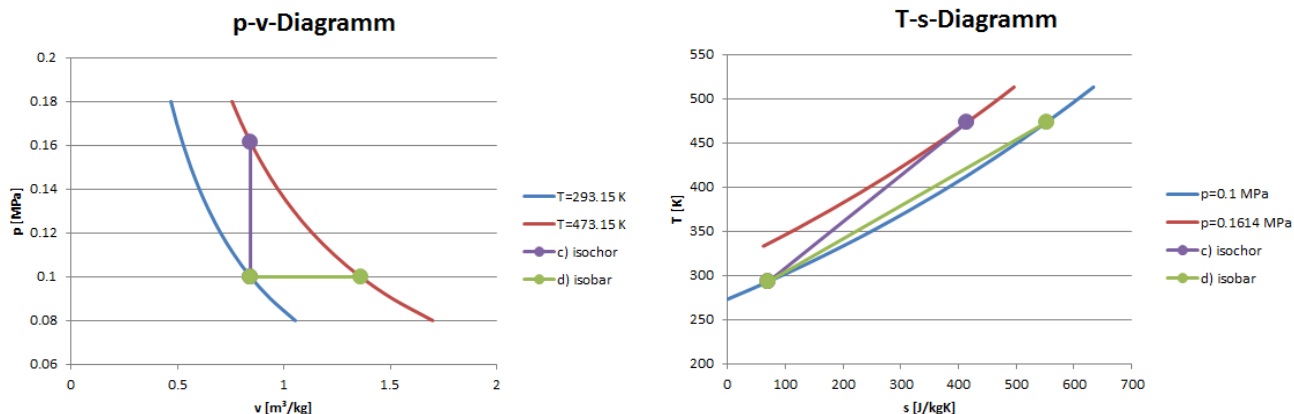
$$\text{mit } p_3 = p_1 = 1 bar, T_3 = T_2 = 473.15 K$$

$$\Rightarrow \rho_3 = \frac{100000Pa}{287.1016 \frac{J}{kgK} \cdot 473.15K} = 0.73615 \frac{kg}{m^3}$$

$$\Rightarrow m_3 = \rho_3 \cdot V = 0.73615 \frac{kg}{m^3} \cdot 0.042m^3 = 0.0309182 kg = 30.9182 g$$

$$\Rightarrow m_{raus} = m_3 - m_1 = 18.9844g$$

V. TEILAUFGABE E) ⇒ 4 PUNKTE



VI. TEILAUFGABE F) ⇒ 3 PUNKTE

isochor: $q_{12} = c_v \cdot \Delta T_{12}$ mit $c_v = c_p - R = 717.8984 \frac{J}{kgK}$

$\Rightarrow q_{12} = 717.8984 \frac{J}{kgK} \cdot (293.15K - 473.15K) = 129.2217 \frac{kJ}{kg}$

isobar: $q_{13} = c_p \cdot \Delta T_{12}$

$\Rightarrow q_{13} = 1005 \frac{J}{kgK} \cdot (293.15K - 473.15K) = 180.9 \frac{kJ}{kg}$

1. HS: $q + w^v = \Delta u = c_v \Delta T$: Δu ist in beiden Fällen gleich, im isobaren Fall muss jedoch wegen der Ausdehnung noch die Volumenänderungsarbeit w^v aufgebracht werden, die im isochoren Fall gleich Null ist, somit $q_{13(isobar)} > q_{12(isochor)}$.

VII. TEILAUFGABE G) ⇒ 3 PUNKTE

isochor: $\Delta s_{12} = c_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = 717.8984 \frac{J}{kgK} \cdot \ln \frac{473.15K}{293.15K} = 343.678 \frac{J}{kgK}$

isobar: $\Delta s_{13} = c_p \cdot \ln \frac{T_3}{T_1} = 1005 \frac{J}{kgK} \cdot \ln \frac{473.15K}{293.15K} = 481.12168 \frac{J}{kgK}$

Entropie ändert sich, weil Wärme zugeführt wird.

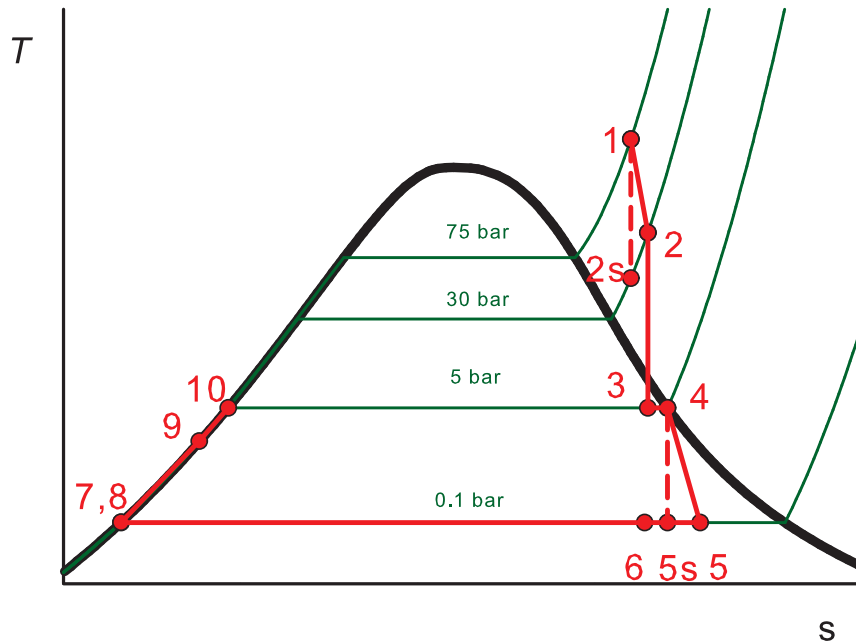
VIII. TEILAUFGABE H) ⇒ 4 PUNKTE

$$\Delta u_{12} = \Delta u_{13} = \int_1^2 c_v(T) dT = \int_1^2 c_p(T) - R dT = \int_1^2 (a - R + b \cdot T) dT = \left[(a - R) \cdot T + \frac{b}{2} \cdot T^2 \right] \Big|_{293.15K}^{473.15K}$$

$\Rightarrow (989 - 287.1016) \frac{J}{kgK} \cdot (473.15 - 293.15)K + 0.0025 \frac{J}{kgK^2} \cdot (473.15^2 - 293.15^2)K^2 = 126.6865 \frac{kJ}{kg}$

Musterlösung Aufgabe 2: «Kreisprozess»

I. TEILAUFGABE A) ⇒ 9 PUNKTE



II. TEILAUFGABE B) 4 PUNKTE

$$P_{12} = \dot{m}_{ges.} \cdot (h_2 - h_1)$$

$$\text{Zustand 1: } t_1 = 495^\circ\text{C}, p_1 = 75 \text{ bar} \Rightarrow h_1 = 3393.2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\eta_{s,T,HT} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2s} - h_1}$$

$$s_1 = s_{2s} = 6.75 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$$h_{2s} = h(30 \text{ bar}, 6.75 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}) = 3116.1 + \frac{3127.8 - 3116.1}{6.76 - 6.74} \cdot (6.75 - 6.74) = 3121.95 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_2 = h_1 + \eta_{s,T,HT} \cdot (h_{2s} - h_1) = 3393.2 + 0.92 \cdot (3121.95 - 3393.2) = 3143.65 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$P_{12} = 140 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot (3143.65 - 3393.2) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = -34.937 \text{ MW}$$

III. TEILAUFGABE C) \Rightarrow 2 PUNKTE

$$\dot{Q}_{2 \rightarrow 12} = \dot{m}_1 \cdot (h_{12} - h_2) = -44 \text{ MW}$$

$$h_{12} = h(30 \text{ bar}, 220^\circ\text{C}) = 943.76 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \Rightarrow \dot{m}_1 = \frac{\dot{Q}_{2 \rightarrow 12}}{h_{12} - h_2} = \frac{-44000 \text{ kW}}{(943.76 - 3143.65) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 20 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

IV. TEILAUFGABE D) \Rightarrow 5 PUNKTE

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_{ges.} - \dot{m}_1 = 140 - 20 = 120 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\text{Zustand 3: } s_2 = s_3 \text{ (reversibel adiabate Entspannung)} = s(3143.65 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, 30 \text{ bar})$$

$$\text{Interpolation: } s_2 = 6.78 + \frac{6.8 - 6.78}{3151.2 - 3139.5} \cdot (3143.65 - 3139.5) = 6.7871 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

Bei 5 bar: $s' = 1.86$, $s'' = 6.82 \Rightarrow$ Zustand 3 im NDG!

$$x_3 = \frac{s_3 - s'}{s'' - s'} = \frac{6.7871 - 1.86}{6.82 - 1.86} = 0.9934$$

$$x_3 = \frac{\dot{m}_{Dampf,3}}{\dot{m}_2} \Rightarrow \dot{m}_{Dampf,3} = \dot{m}_4 = x_3 \cdot \dot{m}_2 = 0.9934 \cdot 120 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 119.204 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\dot{m}_w = \dot{m}_2 - \dot{m}_4 = 120 - 119.204 = 0.796 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

V. TEILAUFGABE E) \Rightarrow 2 PUNKTE

$$P_{MT} = \dot{m}_2 \cdot (h_3 - h_2)$$

$$h_3 = h' + x_3 \cdot (h'' - h') = 640.1 + 0.9934 \cdot (2748.1 - 640.1) = 2734.1872 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$P_{MT} = 120 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot (2734.1872 - 3143.65) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = -49.136 \text{ MW}$$

VI. TEILAUFGABE F) \Rightarrow 6 PUNKTE

$$\dot{Q}_{67} = \dot{m}_{ges.} \cdot (h_7 - h_6)$$

$$h_7 = h'(0.1 \text{ bar}) = 191.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\dot{H}_6 = \dot{H}_5 + \dot{H}_{13} + \dot{H}_{11}$$

$$h_6 = \frac{\dot{m}_4 \cdot h_5 + \dot{m}_1 \cdot h_{13} + \dot{m}_w \cdot h_{11}}{\dot{m}_{ges.}}$$

$$P_{NT} = \dot{m}_4 \cdot (h_5 - h_4) = -56 \text{ MW}$$

$$h_4 = h''(5 \text{ bar}) = 2748.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \Rightarrow h_5 = h_4 + \frac{P_{NT}}{\dot{m}_4} = 2748.1 + \frac{-56000}{119.204} = 2278.317 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_{11} = h_{10} = 640.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ (bei der Drosselung } \Delta h = 0)$$

$$h_{13} = h_{12} = 943.76 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{bei der Drosselung } \Delta h = 0)$$

$$h_6 = \frac{119.204 \cdot 2278.317 + 20 \cdot 943.76 + 0.796 \cdot 640.1}{140} = 2078.35 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\dot{Q}_{67} = 140 \cdot (191.8 - 2078.35) = -264.117 \text{ MW}$$

VII. TEILAUFGABE G) \Rightarrow 5 PUNKTE

$$\eta_{th} = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} = \frac{|P_{HT} + P_{MT} + P_{NT} + P_{SP}|}{\dot{Q}_{91}}$$

$$P_{SP} = P_{78} = \dot{m}_{ges.} \cdot (h_8 - h_7)$$

$$s_7 = s_8 = s'(0.1 \text{ bar}) = 0.65 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$$h_8 = h(0.65 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}, 75 \text{ bar}) = 199.36 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$P_{SP} = 140 \cdot (199.36 - 191.8) = 1.058 \text{ MW}$$

$$\dot{Q}_{91} = \dot{m}_{ges.} \cdot (h_1 - h_9)$$

$$\dot{Q}_{W\ddot{U}} = 44 \text{ MW} = \dot{m}_{ges.} \cdot (h_9 - h_8)$$

$$\Rightarrow h_9 = h_8 + \frac{\dot{Q}_{W\ddot{U}}}{\dot{m}_{ges.}} = 199.36 + \frac{44000}{140} = 513.646 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\dot{Q}_{91} = 140 \cdot (3393.2 - 513.646) = 403.138 \text{ MW}$$

$$\eta_{th} = \frac{|-34.937 - 49.136 - 56 + 1.0584|}{403.138} = 34.5 \%$$

VIII. TEILAUFGABE H) \Rightarrow 2 PUNKTE

adiabate Drosselung: 1.H.S. $\dot{Q} + P = \Delta \dot{H}$

Adiabat $\Rightarrow \dot{Q} = 0$

Bei der Drosselung wird keine Arbeit geleistet $\Rightarrow P = 0$

$\Rightarrow \Delta \dot{H} = 0$

Die Enthalpie des idealen Gases ist eine reine Temperaturfunktion $\Delta h = c_p \cdot \Delta T = 0 \Rightarrow \Delta T = 0$

Musterlösung Aufgabe 3: «CO₂-Zapfanlage»

I. TEILAUFGABE A)

geg.: $m_{CO_2} = 4 \text{ kg}$; $D = 160 \text{ mm}$; $h = 700 \text{ mm}$; $t_{u,1} = 15^\circ C$

ges.: $h_{Fl,1}$

$$V_{ges} = h \cdot \Pi \cdot r^2 = 0,7 \text{ m} \cdot 3,14 \cdot (0,08 \text{ m})^2 = 0,014067 \text{ m}^3$$

$$\rho_1 = \frac{m_{CO_2}}{V} = \frac{4 \text{ kg}}{0,014067 \text{ m}^3} = 284,3494 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_1 = \rho' + \omega''(\rho'' - \rho') \Rightarrow \omega'' = \frac{\rho_1 - \rho'}{\rho'' - \rho'} \Rightarrow \omega_1'' = \frac{284,3494 - 821,21}{160,73 - 821,21} = 0,81283$$

$$\omega_1'' = \frac{V_D}{V_{ges}} \Rightarrow V_{D1} = 0,81283 \cdot 0,014067 \text{ m}^3 = 0,011434 \text{ m}^3$$

$$h_{Dampf} = \frac{0,011434 \text{ m}^3}{3,14 \cdot (0,08 \text{ m})^2} = 0,57 \text{ m}$$

$$h_{Fl.} = 0,7 \text{ m} - 0,57 \text{ m} = 0,13 \text{ m}$$

II. TEILAUFGABE B)

geg. $t_{u2} = 11^\circ C$

ges.: Δx_{12}

$$x_1 = \frac{\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho'}}{\frac{1}{\rho''} - \frac{1}{\rho'}} = \frac{\frac{1}{284,3494} - \frac{1}{821,21}}{\frac{1}{160,73} - \frac{1}{821,21}} = 0,46$$

Zustand 2: $V_1 = V_2$; $\rho_1 = \rho_2$

$$x_2 = \frac{\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho'}}{\frac{1}{\rho''} - \frac{1}{\rho'}} = \frac{\frac{1}{284,3494} - \frac{1}{853,6}}{\frac{1}{139,8} - \frac{1}{853,6}} = 0,4$$

$$\Delta x_{12} = 0,06$$

III. TEILAUFGABE C)

geg.: Zustand 3: nur Gas, $6 \frac{\text{g } CO_2}{\text{l } \text{gez. } \text{Bier}}$

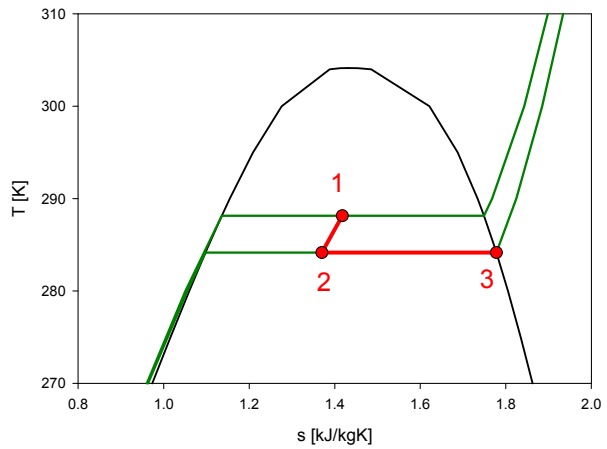
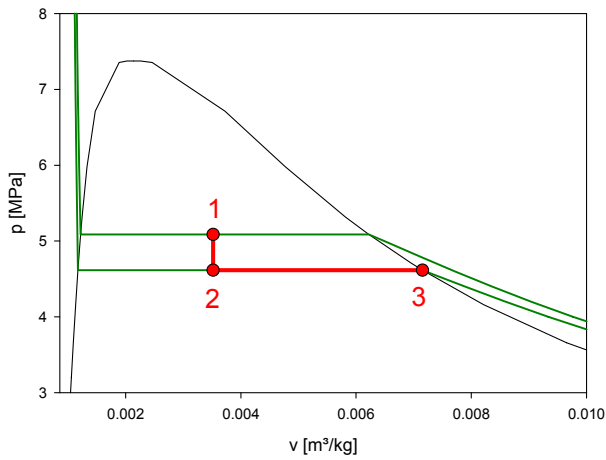
$$\rho_3 = \rho'' = 139,8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$m_3 = \rho_3'' \cdot V = 139,8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,014067 \text{ m}^3 = 1,9666 \text{ kg}$$

$$\Delta m = (4 - 1,9666) \text{ kg} = 2,0334 \text{ kg} \text{ werden entnommen} \Rightarrow \frac{2033,4 \text{ g}}{6 \frac{\text{g}}{\text{l}}} = 338,9 \text{ l Bier}$$

$$\frac{338,9 \text{ l}}{0,3 \text{ l}} = 1129 \text{ Gläser Bier}$$

IV. TEILAUFGABE D)



V. TEILAUFGABE E)

15 l CO_2 im Bierfass (BF) bei $t_u = 11^\circ C$

$$p_u = 1 \text{ bar}$$

$$p_{BF} = (1 + 0,5) \text{ bar} = 1,5 \text{ bar} \quad \text{Zustand (A)}$$

$$p_{BF,Ziel} = (1 + 1,5) \text{ bar} = 2,5 \text{ bar} \quad \text{Zustand (Z)}$$

$$\dot{m}_{CO_2} = 10 \frac{g}{s}$$

$$\rho_A = 2,8189 \frac{kg}{m^3} \quad \Rightarrow m_A = \rho_A \cdot V_{CO_2,BF} = 2,8189 \frac{kg}{m^3} \cdot 15 \cdot 10^{-3} m^3 = 0,0423 kg$$

$$\rho_Z = 4,7264 \frac{kg}{m^3} \quad \Rightarrow m_Z = \rho_Z \cdot V_{CO_2,BF} = 4,7264 \frac{kg}{m^3} \cdot 15 \cdot 10^{-3} m^3 = 0,0709 kg$$

$$\Delta m = 0,0286 kg \quad \Rightarrow t = \frac{m}{\dot{m}} = 2.86 \text{ s}$$