

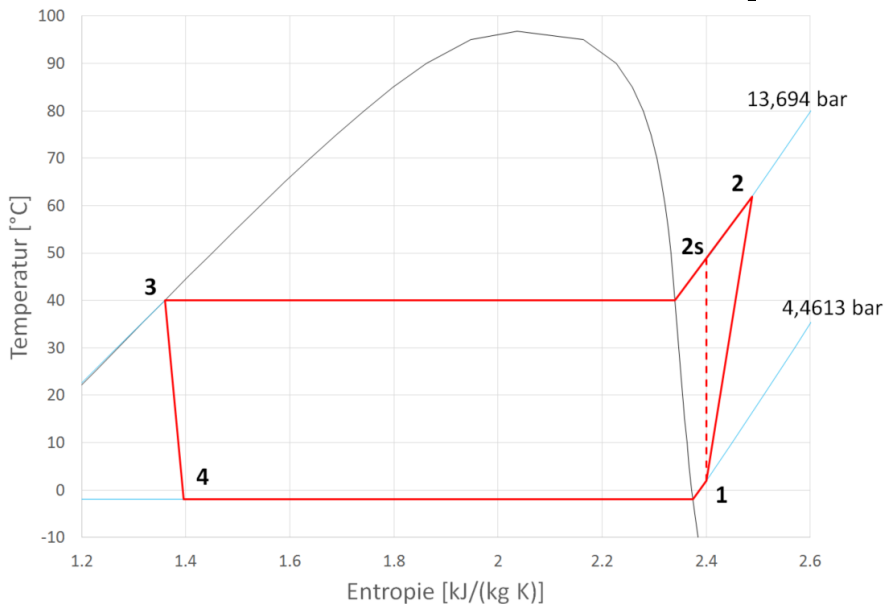
# Musterlösung Aufgabe 1: «Kühlanhänger»

## I. TEILAUFGABE A) ⇒ 3 PUNKTE

Kondensator:  $T_{Kond.} = T_3 = T_u + \Delta T_K = 30^\circ\text{C} + 10\text{ K} = 40^\circ\text{C} \Rightarrow p_{kond.} = 13,694\text{ bar}$

Verdampfer:  $T_1 = T_{Haenger} - \Delta T_V = 6^\circ\text{C} - 4\text{ K} = 2^\circ\text{C}$

$\Rightarrow T_{verd.} = T_1 - T_{ueberhitz.} = 2^\circ\text{C} - 4\text{ K} = -2^\circ\text{C} \Rightarrow p_{verd.} = 4,4613\text{ bar}$



## II. TEILAUFGABE B) ⇒ 5 PUNKT

$$A_K = 2 \cdot (3\text{ m} \cdot 1,5\text{ m} + 3\text{ m} \cdot 2,11\text{ m} + 1,5\text{ m} \cdot 2,11\text{ m}) = 27,99\text{ m}^2$$

$$\dot{Q}_{ab} = A_K \cdot k \cdot \Delta T = -201,528\text{ W}$$

$$Q_{Bier} = 20 \cdot (m_{Bier} \cdot c_{v,Bier} + m_{Glas} \cdot c_{v,Glas}) \cdot \Delta T$$

$$Q_{Bier} = 20 \cdot (8\text{ kg} \cdot 3,9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 7,5\text{ kg} \cdot 0,7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}) \cdot (6 - 30)\text{K} = -17496\text{ kJ}$$

$$\dot{Q}_{Kühl} \cdot 180\text{ min} = -(\dot{Q}_{ab} \cdot 300\text{ min} + Q_{Bier})$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_{Kühl} = \frac{21123,504\text{ kJ}}{180\text{ min}} = 1,9559\text{ kW}$$

## III. TEILAUFGABE C) ⇒ 3 PUNKT

$$\dot{Q}_{Kühl} = \dot{m}_{KM} \cdot (h_1 - h_4)$$

$$h_1 = h(4,4613\text{ bar} ; 2^\circ\text{C}) = 579,55 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_4 = h_3 = h'(40^\circ\text{C}) = 307,15 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_{KM} = \frac{\dot{Q}_{Kühl}}{(h_1 - h_4)} = 7,18 \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

#### IV. TEILAUFGABE D) $\Rightarrow$ 4 PUNKT

$$E_{el} = \frac{(h_2 - h_1) \cdot \dot{m}_{KM} \cdot t}{\eta_E}$$

$$\eta_{Komp.} = 0,65 = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1}$$

mit:  $h_{2s} = h(p = 13,694 \text{ bar} ; s_{2s} = s_1 = 2,3998 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}})$

Interpolieren zwischen homogener Zustand bei  $50^\circ\text{C}$  und Taulinie bei  $40^\circ\text{C}$ :  $\Rightarrow h_{2s} = 633,261 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

(Alternativ: Extrapolation der homogenen Zustände zwischen  $50^\circ\text{C}$  und  $60^\circ\text{C}$ :  $\Rightarrow h_{2s} = 633,16 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ )

$$\Rightarrow h_2 = \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_{Komp}} + h_1 = 662,183 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\Rightarrow E_{el} = 7450,81 \text{ kJ} = 2,0697 \text{ kWh}$$

$$\text{Kosten} = \text{Preis} \cdot E_{el} = 28,69 \frac{\text{Cent}}{\text{kWh}} \cdot 2,0697 \text{ kWh} = 59,38 \text{ Cent}$$

#### V. TEILAUFGABE E) $\Rightarrow$ 3 PUNKT

$$\dot{E}_V = |\dot{E}_{ab}| - \dot{E}_{auf}$$

$$= |\dot{m}_{KM} \cdot (h_3 - h_2 - T_a \cdot (s_3 - s_2))| - 0 \quad \text{mit:} \quad \dot{E}_{auf} = 0$$

$$h_2 = 662,183 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad h_3 = 307,15 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$s_2 = 2,4878 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \quad s_3 = 1,3594 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$$\Rightarrow \dot{E}_V = 92,956 \text{ W}$$



**V. TEILAUFGABE E) ⇒ 12 PUNKT**

$$x(t, \varphi) = \frac{R_L}{R_W} \cdot \frac{\varphi \cdot p_{s, H_2O}(t)}{p_{ges} - \phi \cdot p_{s, H_2O}(t)}$$

Zustand 1:

$$p_{s, H_2O}(0^\circ C) = \exp\left(12,40682 - \frac{4222,037}{273,15 - 31,95 K}\right) 1000 \text{ mbar} = 6,1121 \text{ mbar}$$

$$x_1 = 0,6221 \cdot \frac{0,8 \cdot 6,1121 \text{ mbar}}{1013,25 \text{ mbar} - 0,8 \cdot 6,1121 \text{ mbar}} = 3,0167 \frac{g}{kg}$$

$$h_{1+x,1} = c_{p,L} \cdot t_1 + x_1 \cdot (\Delta h^v + c_{p,WD} \cdot t_1)$$

$$h_{1+x,1} = 1.004 \cdot 0 \frac{kJ}{kg} + 0,0030167 \cdot (2500 + 1.86 \cdot 0) \frac{kJ}{kg} = 7,5417 \frac{kJ}{kg}$$

Zustand 3:

$$\Delta x = \frac{\Delta \dot{m}_{WD}}{\dot{m}_{tr,L}} = \frac{400 \frac{g}{h}}{40 \frac{kg}{h}} = 10 \frac{g}{kg} \Rightarrow x_3 = x_1 + \Delta x = 13,0167 \frac{g}{kg}$$

$$x = 0,6221 \cdot \frac{\varphi \cdot p_s}{p_{ges} - \phi \cdot p_s}$$

$$\Rightarrow p_s = \frac{x \cdot p_{ges}}{(0,6221 + x) \cdot \phi} \Rightarrow p_s = \frac{0,0130167 \cdot 1013,25 \text{ mbar}}{(0,6221 + 0,0130167) \cdot 0,6} = 34,6108 \text{ mbar}$$

$$\ln\left(\frac{p_s}{p_o}\right) = 12,40682 - \frac{4222,037}{T - 31,95 K} \Rightarrow T = \frac{-4222,037}{\ln\left(\frac{p_s}{p_o}\right) - 12,40682} + 31,95 K = 299,669 K = 26,519^\circ C$$

$$h_{1+x,3} = 1.004 \cdot 26,519 \frac{kJ}{kg} + 0,0130167 \cdot (2500 + 1.86 \cdot 26,519) \frac{kJ}{kg} = 59,8087 \frac{kJ}{kg}$$

Zustand Atemluft:

$$p_s(30^\circ C) = \exp\left(12,40682 - \frac{4222,037}{303,15 - 31,95 K}\right) 1000 \text{ mbar} = 42,3764 \text{ mbar}$$

$$x_A = 0,6221 \cdot \frac{1,0 \cdot 42,3764 \text{ mbar}}{1013,25 \text{ mbar} - 1,0 \cdot 42,3764 \text{ mbar}} = 27,1533 \frac{g}{kg}$$

$$h_{1+x,A} = 1.004 \cdot 30 \frac{kJ}{kg} + 0,0271533 \cdot (2500 + 1.86 \cdot 30) \frac{kJ}{kg} = 99,5183 \frac{kJ}{kg}$$

Zustand 2:

$$h_{1+x,3} = 0,42 \cdot h_{1+x,Atem} + 0,58 \cdot h_{1+x,2}$$

$$\Rightarrow h_{1+x,2} = \frac{h_{1+x,3} - 0,42 \cdot h_{1+x,Atem}}{0,58} = 31,0535 \frac{kJ}{kg} \Rightarrow t_2 = \frac{h_{1+x,2} - x_2 \Delta h^v}{c_{p,L} + x_2 \cdot c_{p,WD}} = 23,288^\circ C$$

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_{tr,L}(h_{1+x,2} - h_{1+x,1}) = 0,2612 \text{ kW}$$

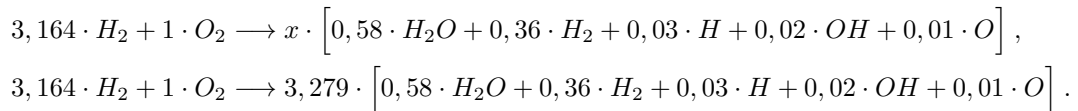
### Aufgabe 3

a) Geben Sie die gesuchte Reaktionsgleichung an.

Aus dem angegebenen Massenstromverhältnis kann das benötigte Stoffstromverhältnis berechnet werden

$$\frac{\dot{m}_{O_2}}{\dot{m}_{H_2}} = \frac{M_{O_2} \cdot \dot{n}_{O_2}}{M_{H_2} \cdot \dot{n}_{H_2}}$$
$$\frac{\dot{n}_{H_2}}{\dot{n}_{O_2}} = \frac{1}{5,017} \cdot \frac{31,9988}{2,01588} = 3,164$$

Das Stoffmengenverhältnis der beiden Edukte muss 3,164 betragen. Wählt man nun die Stoffmenge des Sauerstoffs zu 1, so ergibt sich die Stoffmenge des Wasserstoffs zu 3,164. Über den Vergleich der Stoffmengen der Sauerstoff- oder Wasserstoffatome auf Edukte bzw. Produkteseite ergibt sich dann die gesuchte Reaktionsgleichung



Hieraus können nun die Stöchiometrikoeffizienten abgelesen werden

$$\nu'_{H_2} = -3,164, \nu'_{O_2} = -1, \nu''_{H_2O} = 1,902, \nu''_{H_2} = 1,18, \nu''_H = 0,098, \nu''_{OH} = 0,066, \nu''_O = 0,03.$$

Teilt man die obige Reaktionsgleichung durch 3,279 so erhält man natürlich auch ein korrektes Ergebnis!

b) Berechnen Sie die adiabate Verbrennungstemperatur unter diesen Realbedingungen bei einem Brennkammerdruck von  $p = 12$  bar.

Bei exothermen Verbrennungsreaktionen geht chemisch gebundene Energie in thermische, d.h. ungeordnete Molekülbewegung über. Bringt man Brennstoff und Oxidator zusammen, so erwärmt sich dieses Gemisch sehr schnell, sehr stark. Im Idealfall liegen am Ende des Reaktionsvorgangs nur noch Produkte vor und das Produktgemisch hat eine höhere Temperatur, als da Eduktgemisch. Dieser Vorgang verläuft nicht unbedingt im thermodynamischen Gleichgewicht auch entstehen ungewollte Nebenprodukte aus Teilreaktionen ( $NO_x$  oder Ruß). Beschreibt man diesen Verbrennungsvorgang über eine Zustandsgröße so ist der Prozeßweg vom Zustand der Edukte zum Zustand der Produkte irrelevant und ein idealisierter „Ersatzprozeß“ kann verwendet werden. Zwei solcher „Ersatzprozeße“ bieten sich an. Zum Einen können die Edukte auf Reaktionstemperatur  $T_R$  erwärmt werden und reagieren dort zu den Produkten, zum Anderen können die Edukte an jeder anderen Temperatur zu den Produkten reagieren und die Produkte dann auf Reaktionstemperatur erwärmt werden. Diese Reaktionen sind dann nicht mehr mit einer Temperaturänderung verbunden. Da die Reaktion mit einer Enthalpieänderung verbunden ist, der Reaktionsenthalpie, bietet es sich an den Weg über die Standardtemperatur zu gehen, da dort die „Standard“ Reaktionsenthalpie gegeben ist (Differenz der Standardbildungsenthalpien). Die spezifische Wärme ist eine Prozeßgröße und als solche wegabhängig, da aber weder technische Arbeit ausgetauscht wird noch eine Änderung in kinetischer oder potentieller Energie vorliegt, entspricht die Enthalpieänderung der bei diesem Prozeß übertragenen Wärme.

Berechnet man die Erwärmung der Edukte, ausgehend von  $T_E$  auf die gesuchte Reaktionstemperatur  $T_R$  so ergibt sich

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{n}} = |\nu'_{H_2}| \cdot \tilde{c}_{p_{H_2}} \cdot (T_R - T_E) + |\nu'_{O_2}| \cdot \tilde{c}_{p_{O_2}} \cdot (T_R - T_E) + \Delta^R h(T_R).$$

Hierin ist die Reaktionsenthalpie bei Reaktionstemperatur  $\Delta^R h(T_R)$  unbekannt. Ihr Wert kann aber über

die Standardreaktionsenthalpie berechnet werden

$$\begin{aligned} & \Delta^R h(T_R) + |\nu'_{H_2}| \cdot \tilde{c}_{p_{H_2}} \cdot (T_R - T_\theta) + |\nu'_{O_2}| \cdot \tilde{c}_{p_{O_2}} \cdot (T_R - T_\theta) \\ & = \Delta^R h_\theta + \nu''_{H_2} \cdot \tilde{c}_{p_{H_2}} \cdot (T_R - T_\theta) + \nu''_H \cdot \tilde{c}_{p_H} \cdot (T_R - T_\theta) + \nu''_{OH} \cdot \tilde{c}_{p_{OH}} \cdot (T_R - T_\theta) + \nu''_O \cdot \tilde{c}_{p_O} \cdot (T_R - T_\theta) \\ & + \nu''_{H_2O} \cdot \left[ \tilde{c}_{p_{H_2O_{liq}}} \cdot (T_S - T_\theta) + \Delta^v h_{H_2O} + \tilde{c}_{p_{H_2O_{vap}}} \cdot (T_R - T_S) \right] \end{aligned}$$

Setzt man nun diese beiden Gleichungen ineinander ein und berücksichtigt, dass es sich um einen adiabaten Prozess handelt  $\dot{Q} = 0$  so erhält man das intuitive Ergebnis, dass die Edukte von Eingangstemperatur auf Standardtemperatur abgekühlt werden (1.Term) dann findet die Reaktion, berücksichtigt über die Standardreaktionsenthalpie (2.Term) statt und letztlich werden die Produkte von Standardtemperatur auf Reaktionstemperatur erwärmt, wobei der Phasenübergang des Wassers berücksichtigt werden muss (Rest)

$$\begin{aligned} 0 = & - \left( |\nu'_{H_2}| \cdot \tilde{c}_{p_{H_2}} + |\nu'_{O_2}| \cdot \tilde{c}_{p_{O_2}} \right) \cdot (T_E - T_\theta) + \Delta^R h_\theta \\ & + \left( \nu''_{H_2} \cdot \tilde{c}_{p_{H_2}} + \nu''_H \cdot \tilde{c}_{p_H} + \nu''_{OH} \cdot \tilde{c}_{p_{OH}} + \nu''_O \cdot \tilde{c}_{p_O} \right) \cdot (T_R - T_\theta) \\ & + \nu''_{H_2O} \cdot \left[ \tilde{c}_{p_{H_2O_{liq}}} \cdot (T_S - T_\theta) + \Delta^v h_{H_2O} + \tilde{c}_{p_{H_2O_{vap}}} \cdot (T_R - T_S) \right]. \end{aligned}$$

Dies ist eine Bestimmungsgleichung für die gesuchte Reaktionstemperatur  $T_R$ . Umgestellt nach dieser gesuchten Größe ergibt sich

$$\begin{aligned} T_R = & \frac{(T_E - T_\theta) \cdot \left[ |\nu'_{H_2}| \cdot \tilde{c}_{p_{H_2}} + |\nu'_{O_2}| \cdot \tilde{c}_{p_{O_2}} \right] - \Delta^R h_\theta - \nu''_{H_2O} \cdot \left[ \tilde{c}_{p_{H_2O_{liq}}} \cdot (T_S - T_\theta) + \Delta^v h_{H_2O} \right]}{\nu''_{H_2} \cdot \tilde{c}_{p_{H_2}} + \nu''_H \cdot \tilde{c}_{p_H} + \nu''_{OH} \cdot \tilde{c}_{p_{OH}} + \nu''_O \cdot \tilde{c}_{p_O} + \nu''_{H_2O} \cdot \tilde{c}_{p_{H_2O_{vap}}}} \\ & + \frac{T_\theta \cdot \left( \nu''_{H_2} \cdot \tilde{c}_{p_{H_2}} + \nu''_H \cdot \tilde{c}_{p_H} + \nu''_{OH} \cdot \tilde{c}_{p_{OH}} + \nu''_O \cdot \tilde{c}_{p_O} \right) + T_S \cdot \nu''_{H_2O} \cdot \tilde{c}_{p_{H_2O_{vap}}}}{\nu''_{H_2} \cdot \tilde{c}_{p_{H_2}} + \nu''_H \cdot \tilde{c}_{p_H} + \nu''_{OH} \cdot \tilde{c}_{p_{OH}} + \nu''_O \cdot \tilde{c}_{p_O} + \nu''_{H_2O} \cdot \tilde{c}_{p_{H_2O}}}. \end{aligned}$$

Bevor der Zahlenwert für die Reaktionstemperatur berechnet werden kann, muss zunächst noch die Standardreaktionsenthalpie aus den Standardbildungsenthalpien berechnet werden

$$\begin{aligned} \Delta^R h_\theta & = \nu'_{H_2} \Delta^B h_{H_2} + \nu'_{O_2} \Delta^B h_{O_2} + \nu''_{H_2O} \Delta^B h_{H_2O} + \nu''_{H_2} \Delta^B h_{H_2} + \nu''_H \Delta^B h_H + \nu''_{OH} \Delta^B h_{OH} + \nu''_O \Delta^B h_O \\ \Delta^R h_\theta & = \left( -1,902 \cdot 285,83 + 0,09837 \cdot 217,92 + 0,06558 \cdot 41,25 + 0,03279 \cdot 248,33 \right) \frac{kJ}{mol} \\ \Delta^R h_\theta & = -511,36396 \frac{kJ}{mol}. \end{aligned}$$

Werden alle Werte korrekt aus der Tabelle abgelesen, so ergibt sich für die gesuchte maximale Verbrennungstemperatur

$$T_R = 3474,04 \text{ K}.$$

c) Welche Austrittsgeschwindigkeit  $v_a$  lässt sich erreichen unter den Annahmen, dass das Gemisch in der Brennkammer keine Geschwindigkeit hat, der Abgasstrahl eine effektive Wärmekapazität von  $c_p = 8,264 \frac{kJ}{kg \cdot K}$  besitzt und die Abgastemperatur  $T = 3000 \text{ K}$  beträgt?

Die gesuchte Lösung erhält man aus dem 1.Hauptsatz in Enthalpieform, welcher nur nach der Geschwindigkeit umgestellt werden muss

$$\begin{aligned} 0 & = q_{12} + h_2 - h_1 + e_{kin_2} \\ 0 & = -1238,5913 \frac{kJ}{kg} + 8,2635 \frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot (3000 \text{ K} - 3474,04 \text{ K}) + \frac{1}{2} v_a^2 \\ v_a & = \sqrt{2 \cdot \left( 1238,5913 \cdot 10^3 \frac{J}{kg} + 8,2635 \cdot 10^3 \frac{J}{kg} \cdot (3474,04 \text{ K} - 3000 \text{ K}) \right)} \\ v_a & = 3211,175 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$